

2桁の自然数がある。この自然数の十の位の数と一の位の数の和は7である。また十の位の数と一の位の数を入れ替えてできる自然数は、元の自然数より27小さい。もとの自然数を求めなさい。

もとの自然数の十の位の数を $x$ 、一の位の数を $y$ とする。

一の位の数と十の位の数の和は7より、

$$x + y = 7 \quad \dots \textcircled{1}$$

また、もとの数は $10x + y$ とあらわすことができ、十の位と一の位を入れかえた数は $10y + x$ となる。

入れかえた数はもとの数より27小さいので

$$10y + x = 10x + y - 27 \quad \dots \textcircled{2}$$

①と②を連立させて解く。

$$\begin{cases} x + y = 7 & \dots \textcircled{1} \\ 10y + x = 10x + y - 27 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を変形し

$$\begin{aligned} -10x + x + 10y - y &= -27 \\ -9x + 9y &= -27 \end{aligned}$$

両辺を $\frac{1}{9}$ 倍すれば

$$-x + y = -3 \quad \dots \textcircled{2}$$

①+②

$$x + y = 7$$

$$+ \quad -x + y = -3$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

$y = 2$ を①に代入して

$$x + 2 = 7$$

$$x = 7 - 2$$

$$x = 5$$

よって、

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

もとの数は $10x + y$ とあらわせたので

$$10 \times 5 + 2 = 52$$

よって、もとの2けたの自然数は52である。

2桁の自然数がある。この自然数の十の位の数と一の位の数の和は13である。また十の位の数と一の位の数を入れ替えてできる自然数は、もとの自然数より9大きい。もとの自然数を求めなさい。

もとの自然数の十の位の数を $x$ 、一の位の数を $y$ とする。

一の位の数と十の位の数の和は13より、

$$x + y = 13 \quad \dots \textcircled{1}$$

また、もとの数は $10x + y$ とあらわすことができ、十の位と一の位を入れかえた数は $10y + x$ となる。

入れかえた数はもとの数より9大きいので

$$10y + x = 10x + y + 9 \quad \dots \textcircled{2}$$

①と②を連立させて解く。

$$\begin{cases} x + y = 13 & \dots \textcircled{1} \\ 10y + x = 10x + y + 9 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②を変形し

$$\begin{aligned} -10x + x + 10y - y &= 9 \\ -9x + 9y &= 9 \end{aligned}$$

両辺を $\frac{1}{9}$ 倍すれば

$$-x + y = 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

①+②

$$x + y = 13$$

$$+ \quad -x + y = 1$$

$$2y = 14$$

$$y = 7$$

$y = 7$ を①に代入して

$$x + 7 = 13$$

$$x = 13 - 7$$

$$x = 6$$

よって、

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = 7 \end{cases}$$

もとの数は $10x + y$ とあらわせたので

$$10 \times 6 + 7 = 67$$

よって、もとの2けたの自然数は67である。